

Exame de 16 de Outubro de 2002

GRUPO I. (3 valores)

Considere dois pontos $A(1, 5)$ e $B(-1, 2)$.

- Determine a equação da mediatriz do segmento $[AB]$,
- determine uma equação de uma recta paralela ao segmento $[AB]$, e que esteja à distância desta de 5 unidades.

Justifique.

GRUPO II. (3 valores)

Seja $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$. Determine o domínio de f e calcule f' . Justifique.

GRUPO III. (4 valores)

Determine os valores de $x \in \mathbb{R}$ tais que $|x + 1| \leq \frac{x}{1 - x}$. Justifique *cuidadosamente*.

GRUPO IV. (4 valores)

- Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^3 - 3)(2x^2 + 100)}{3x^4 - 50}$. Justifique.
- Determine uma sucessão u_n convergente que seja monótona e limitada, e verifique se u_n é convergente. Justifique.

GRUPO V. (4 valores)

Seja $g(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x \in [-2, -1], \\ 0 & \text{se } x \in]-1, 0[, \\ -x^2 & \text{se } x \in [0, 1]. \end{cases}$

- Esboce o gráfico de g .
- Estude *cuidadosamente* a continuidade de g nos pontos $x = -1$ e $x = 0$.

GRUPO VI. (2 valores)

Determine a equação da recta tangente à curva de equação $y = f(x)$ no ponto $x = a$, sabendo que $f'(a) = \frac{1}{5}$ e que a recta tangente à curva contém o ponto $(0, 0)$. Justifique.

FIM