

**Teste Formativo 1**  
**Análise Infinitesimal I**  
**1999-2000**

**GRUPO I.**

1. Mostre que:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\alpha + n)(\alpha + n + 1)} = \frac{1}{\alpha}, \alpha > 0,$
2. estude a convergência da seguinte série :  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$

**GRUPO II.**

Estude a seguinte função real de variável real

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

considerando:

1. O domínio da função,
2. os zeros da derivada,
3. o sinal de  $f'$  e os intervalos onde  $f$  é monótona,
4. o sinal de  $f''$ , as concavidades e as inflexões,
5. as assíntotas,
6. o esboço do gráfico de  $f$ .

### GRUPO III.

Calcule os seguintes limites:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x - \tan x}$ ,
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ .

### GRUPO IV.

Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

1.  $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}, x > 0$ ,
2.  $f(x) = \frac{1}{1 + \sin x + \cos x}, x \in [0, \pi[$ .

### GRUPO V.

Determine se o seguinte integral impróprio é ou não convergente:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 1}}.$$

### GRUPO VI.

Determine em  $\mathbb{R}$  o supremo, o ínfimo, o máximo, o mínimo, os majorantes e minorantes, se existirem do conjunto

$$S = \left\{ \frac{1}{n} - \frac{1}{m} : n, m \in \mathbb{N}_1 \right\}.$$