

Teste Formativo 1
Análise Infinitesimal I
1999-2000

GRUPO I.

1. Mostre que: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\alpha + n)(\alpha + n + 1)} = \frac{1}{\alpha}, \alpha > 0,$
2. estude a convergência da seguinte série : $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$

GRUPO II.

Estude a seguinte função real de variável real

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

considerando:

1. O domínio da função,
2. os zeros da derivada,
3. o sinal de f' e os intervalos onde f é monótona,
4. o sinal de f'' , as concavidades e as inflexões,
5. as assíntotas,
6. o esboço do gráfico de f .

GRUPO III.

Calcule os seguintes limites:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x - \tan x}$,
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.

GRUPO IV.

Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

1. $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}, x > 0$,
2. $f(x) = \frac{1}{1 + \sin x + \cos x}, x \in [0, \pi[$.

GRUPO V.

Determine se o seguinte integral impróprio é ou não convergente:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$$

GRUPO VI.

Determine em \mathbb{R} o supremo, o ínfimo, o máximo, o mínimo, os majorantes e minorantes, se existirem do conjunto

$$S = \left\{ \frac{1}{n} - \frac{1}{m} : n, m \in \mathbb{N}_1 \right\}.$$

FIM

Teste Formativo 2
Análise Infinitesimal I
1999-2000

GRUPO I.

1. Estude a convergência da seguinte série : $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \sin \alpha)^n$,
2. determine $a \in \mathbb{R}$ para que a série

$$\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{a^{n+1}}{n+1} x^n$$

seja convergente em $x = 3$ e divergente em $x = -3$.

GRUPO II.

Estude a seguinte função real de variável real

$$f(x) = x e^{1/x}$$

considerando:

1. O domínio da função,
2. os zeros da derivada,
3. o sinal de f' e os intervalos onde f é monótona,
4. o sinal de f'' , as concavidades e as inflexões,
5. as assíntotas,
6. o esboço do gráfico de f .

GRUPO III.

Calcule os seguintes limites:

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$,
2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$.

GRUPO IV.

Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

1. $f(x) = x \sin(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$,
2. $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$, $x \in]1, +\infty[$.

GRUPO V.

Determine se o seguinte integral impróprio é ou não convergente:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$$

GRUPO VI.

Conjecture uma fórmula para a soma dos n primeiros inteiros naturais $1 + 3 + \dots + (2n - 1)$, e prove a sua fórmula usando o princípio de Indução Matemática.

FIM

Teste Formativo 3
Análise Infinitesimal I
1999-2000

GRUPO I.

1. Mostre que: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4}$,
2. determine os valores de x para os quais a seguinte série é convergente:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^n .$$

GRUPO II.

Estude a seguinte função real de variável real

$$f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$$

considerando:

1. O domínio da função,
2. os zeros da derivada,
3. o sinal de f' e os intervalos onde f é monótona,
4. o sinal de f'' , as concavidades e as inflexões,
5. as assíntotas,
6. o esboço do gráfico de f .

GRUPO III.

Calcule os seguintes limites:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log x)^{\frac{-2}{x}}$,
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\cos x \sin x} \right)$.

GRUPO IV.

Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

1. $f(x) = e^x \cos x, x \in \mathbb{R}$,
2. $f(x) = \frac{1}{x(x-2)^2}, x \in]2, +\infty[$.

GRUPO V.

Determine se o seguinte integral impróprio é ou não convergente:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}.$$

GRUPO VI.

Prove por indução que: $2n - 3 \leq 2^{n-2} \forall n \geq 5, n \in \mathbb{N}$.

FIM