

**Teste Formativo 3**  
**Análise Infinitesimal I**  
**1999-2000**

**GRUPO I.**

1. Mostre que:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4}$ ,
2. determine os valores de  $x$  para os quais a seguinte série é convergente:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^n .$$

**GRUPO II.**

Estude a seguinte função real de variável real

$$f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$$

considerando:

1. O domínio da função,
2. os zeros da derivada,
3. o sinal de  $f'$  e os intervalos onde  $f$  é monótona,
4. o sinal de  $f''$  , as concavidades e as inflexões,
5. as assíntotas,
6. o esboço do gráfico de  $f$  .

### GRUPO III.

Calcule os seguintes limites:

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log x)^{\frac{-2}{x}}$ ,
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\cos x \sin x} \right)$ .

### GRUPO IV.

Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

1.  $f(x) = e^x \cos x, x \in \mathbb{R}$ ,
2.  $f(x) = \frac{1}{x(x-2)^2}, x \in ]2, +\infty[$ .

### GRUPO V.

Determine se o seguinte integral impróprio é ou não convergente:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}.$$

### GRUPO VI.

Prove por indução que:  $2n - 3 \leq 2^{n-2} \forall n \geq 5, n \in \mathbb{N}$ .

FIM