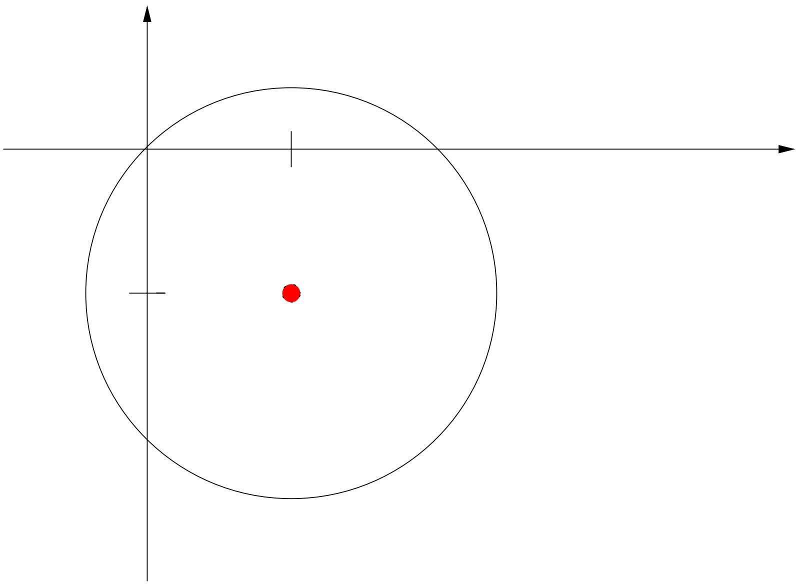
GRUPO I. (4 valores)

a. Tem-se $(x-1)^2+(y+1)^2=(\sqrt{2})^2 \iff (x-1)^2+(y+1)^2=2\,,$

c. O eixo dos yy corresponde aos pontos com primeira coordenada nula, portanto temos $((x-1)^2+(y+1)^2=2 \wedge x=0) \Rightarrow (0-1)^2+(y+1)^2=2 \Rightarrow (y+1)^2=1 \Rightarrow y+1=\pm\sqrt{1}=\pm 1 \Rightarrow y=0 \vee y=-2\,.$ Obtemos assim dois pontos $(0,0)$ e $(0,-2)\,.$



GRUPO II. (3 valores)

Tem-se $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2+x}{x+1}=\dfrac{x(x^2+2x+1)}{x+1}=\dfrac{x(x+1)^2}{x+1}=x(x+1)\,,$ para valores de $x\neq -1\,.$ Portanto $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1\}\,;$ e $f'(x)=2x+1$ no domínio de $f\,.$

GRUPO III. (4 valores)

$x\in\ [-2,2]\,.$

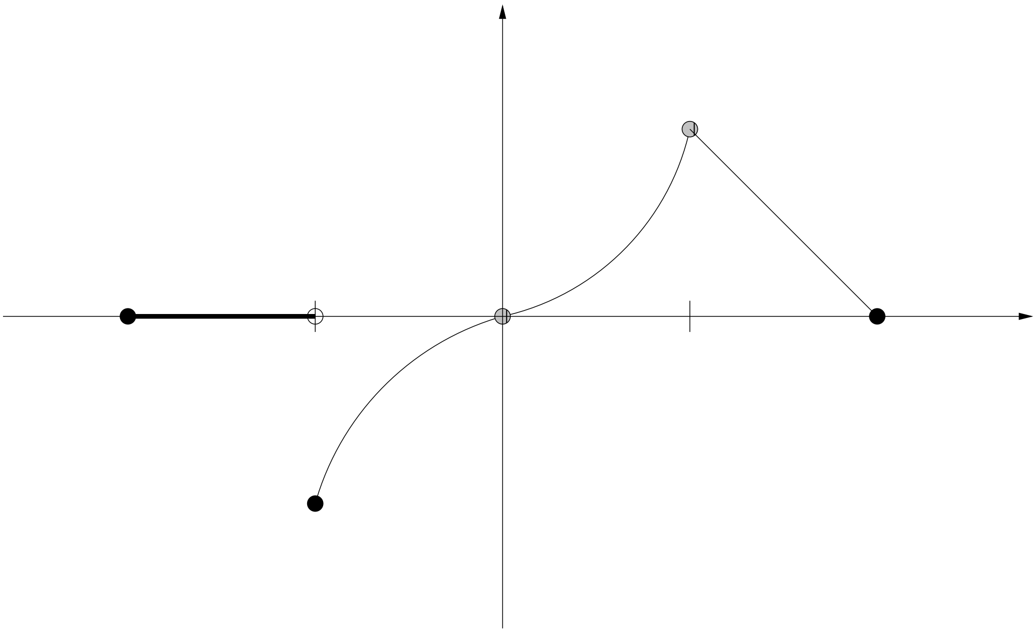
GRUPO IV. (4 valores)

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3(x-1)^6}{(x^2+1)(x-2)^5} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^9}{x^7} = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty\,.$

b. Por exemplo $u_n = -\dfrac{1}{n}$ e $v_n = n^2$, satisfazem as condições do enunciado.

GRUPO V. (3 valores)

Tem-se $\lim\limits_{x\to-1^-} h(x) = \lim\limits_{x\to-1^-} 0 = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^+} h(x) = \lim\limits_{x\to-1^+} -x^2 = -1$, donde a descontinuidade em $x=-1$.
Em $x=0$ tem-se $h(0) = -0^2 = 0$, $\lim\limits_{x\to0^-} h(x) = \lim\limits_{x\to0^-} -x^2 = 0$ e $\lim\limits_{x\to0^+} h(x) = \lim\limits_{x\to0^+} x^2 = 0$, donde a continuidade em $x=0$.
Em $x=1$ tem-se $h(1) = -1+2 = 1$, $\lim\limits_{x\to1^-} h(x) = \lim\limits_{x\to1^-} x^2 = 1$ e $\lim\limits_{x\to1^+} h(x) = \lim\limits_{x\to1^+} -x+2 = 1$, donde a continuidade em $x=1$.
Nos restantes pontos pode utilizar-se o argumento usual. Portanto a função é contínua em todo o seu domínio excepto no ponto $x=-1$ ie $[-2,2]\setminus\{-1\}$.



GRUPO VI. (2 valores)

Sendo M a projecção do ponto C sobre o segmento $[AB]$ a área é dada por

$$\frac{d(A,B).d(M,C)}{2} = \frac{2.1}{2} = 1\,.$$