

Exame de Matemáticas Gerais de 17 de Janeiro de 2003

**GRUPO I. (4 valores)**

Considere duas circunferências de raio 2, uma de centro  $\mathcal{C}_1(0, 0)$  e outra de centro  $\mathcal{C}_2(2, 0)$ .

- Determine os pontos de intersecção das duas circunferências, e escreva a equação da recta  $r_1$  que contém esses pontos,
- determine a equação da recta  $r_2$  que contém os pontos  $\mathcal{C}_1(0, 0)$  e  $\mathcal{C}_2(2, 0)$ ,
- qual a relação entre  $r_1$  e  $r_2$ ?

Justifique.

**GRUPO II. (3 valores)**

Seja  $f(x) = \frac{2x + 1}{2x^2 + 5x - 3}$ . Determine o domínio de  $f$  e calcule  $f'$ . Justifique.

**GRUPO III. (4 valores)**

Determine os valores de  $x \in \mathbb{R}$  tais que  $|x - 2| \leq \frac{1}{x}$ . Justifique *cuidadosamente*.

**GRUPO IV. (4 valores)**

- Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(44x^{50} - 7x^{31} - 3999)(2x^{17} + 100)}{3x^{74}}$ . Justifique.
- Determine uma sucessão  $u_n$  crescente e limitada. O que pode dizer sobre a convergência de  $u_n$ ? Justifique.

**GRUPO V. (3 valores)**

Seja  $g(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 & \text{se } x \in [-2, 0[, \\ (x - 1)^2 & \text{se } x \in [0, 2]. \end{cases}$

- Esboce o gráfico de  $g$ .
- Estude *cuidadosamente* a continuidade de  $g$  em  $[-2, 2]$ .

**GRUPO VI. (2 valores)**

Determine a equação da recta tangente à curva de equação  $y = x^3 + x^2 + x - 1$  no ponto  $x = 0$ . Justifique.