

Exame de Matemáticas Gerais de 22 de Setembro de 2003:

### GRUPO I. (4 valores)

- Escreva a equação da circunferência  $\mathcal{C}$  de centro em  $A(1, -1)$  e raio  $\sqrt{2}$ .
- Esboce o gráfico de  $\mathcal{C}$ .
- Determine a intersecção de  $\mathcal{C}$  com o eixo dos  $yy$ .

Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas.

### GRUPO II. (3 valores)

Seja  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x + 1}$ . Determine o domínio de  $f$  e calcule  $f'$ .

Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas.

### GRUPO III. (4 valores)

Determine os valores de  $x \in \mathbb{R}$  tais que  $|x| \geq \frac{x^2}{2}$ .

Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas.

### GRUPO IV. (4 valores)

a. Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3(x-1)^6}{(x^2+1)(x-2)^5}$ .

- b. Determine uma sucessão  $u_n$  e uma sucessão  $v_n$  verificando as seguintes condições:

$$u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0, v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty \text{ e } u_n \cdot v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} -\infty.$$

Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas.

### GRUPO V. (3 valores)

$$\text{Seja } h(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [-2, -1[, \\ -x^2 & \text{se } x \in [-1, 0], \\ x^2 & \text{se } x \in ]0, 1[, \\ -x + 2 & \text{se } x \in [1, 2]. \end{cases}$$

- Esboce o gráfico da função  $h$ .
- Estude *cuidadosamente* a continuidade da função  $h$  em  $[-2, 2]$ .

### GRUPO VI. (2 valores)

Considere os pontos  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$  e  $C(1, 1)$  e o triângulo  $\triangle ABC$  formado por estes três pontos. Determine a área do triângulo  $\triangle ABC$ .

Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas.