

GRUPO I. (4 valores)

Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

1. $x \sin x^2 \cos x^2$,
2. $x^2 \arctan x$.

GRUPO II. (4 valores)

Calcule os seguintes limites:

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n}$,
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$.

GRUPO III. (3 valores)

Calcule a e b de modo a que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x < 1; \\ ax^2 + bx & \text{se } x \geq 1; \end{cases}$$

seja diferenciável e determine para esses valores de a e b a função derivada.

GRUPO IV. (3 valores)

Mostre por indução que para todo o $n \geq 1$ se tem:

$$3 \text{ divide } n^3 + 2n.$$

GRUPO V. (4 valores)

Calcule o valor dos seguintes limites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \log x$,
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{3x} - 5x)^{1/x}$.

GRUPO VI. (2 valores)

Estude a natureza do seguinte integral impróprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{4x^4 + 25}} dx.$$